

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ СПУТНИКОВОЙ ДИНАМИКИ

Е. Е. Шмидт, М. А. Баныщикова, В. А. Авдюшев

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*

В данной работе представлены результаты исследования полной и внутренней нелинейностей применительно к далеким спутникам Юпитера, наблюдавшимся на короткой дуге. Выявлена взаимосвязь между нелинейностью и условиями спутниковых наблюдений. В частности, показано, что полная нелинейность очень сильная, когда период наблюдений меньше 0.1 от орбитального периода, в то время как внутренняя нелинейность достаточно слабая для всех спутников, что указывает на возможность применения нелинейных методов для адекватного моделирования их орбитальной неопределенности.

## INVESTIGATION OF NONLINEARITY IN INVERSE PROBLEMS OF SATELLITE DYNAMICS

E. E. Shmidt, M. A. Banshchikova, V. A. Avduyshev

*National Research Tomsk State University*

The report presents the results of a study of the total and intrinsic nonlinearities as applied to the outer satellites of Jupiter observed on a short arc. The relationship between the nonlinearities and the conditions of satellite observations is revealed. In particular, it is shown that the total nonlinearity is very strong when the observation period is less than 0.1 of the orbital period, while the intrinsic nonlinearity is weak enough for all satellites, which indicates the possibility of using nonlinear methods for adequate modeling of their orbital uncertainty.

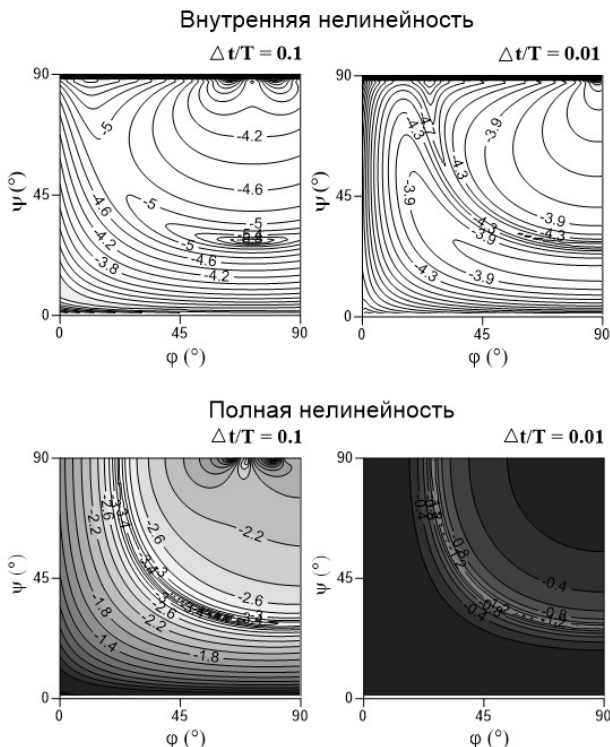
## Введение

Большинство внешних спутников Юпитера было открыто в самом начале XXI столетия [1]. Между тем орбиты многих из них до сих пор плохо определены вследствие скудного состава их наблюдений, несмотря на то что со времени открытия спутников прошло уже почти два десятка лет. Для некоторых объектов орбиты определены настолько ненадежно, что даже не совсем ясно, являются ли они вообще спутниками или это астероиды, временно захваченные Юпитером. Ответить на этот вопрос можно, только исходя из вероятностных оценок, полученных на основе стохастического моделирования орбитальной неопределенности.

Поскольку для новых представителей спутниковой системы Юпитера неопределенность в орбитальных параметрах достаточно большая, подход к ее моделированию весьма деликатный. Исследователь становится перед выбором метода стохастического моделирования — линейного или нелинейного. Линейные методы очень простые, но грубые при сильной нелинейности обратной задачи, которая как раз сопряжена с большой орбитальной неопределенностью. Все нелинейные методы очень сложные и трудоемкие, но более точные. При этом всегда нужно иметь в виду, что адекватность нелинейных методов определяется так называемой внутренней нелинейностью. В своей работе мы поставили перед собой цель оценить нелинейность в обратных задачах орбитальной динамики для всех новых внешних спутников.

# Внутренняя и полная нелинейность для внешних спутников Юпитера

Чтобы выявить взаимосвязь между нелинейностью и условиями спутниковых наблюдений, мы предварительно исследовали проблему на примере нормализованной круговой задачи двух тел. Мы оценивали полную  $\mathcal{K}$  и внутреннюю  $\mathcal{K}$  нелинейности [2] при четырех наблюдениях, распределенных на дугах  $\Delta t/T = 10^{-1}$  и  $10^{-2}$ , где  $\Delta t$  — временной интервал наблюдения, а  $T = 2\pi$  — период обращения спутника. На рисунке показаны значения показателей нелинейности в зависимости от начального положения объекта, определяемого аномалией  $\varphi$ , и от угла между картиной и орбитальной плоскостями  $\psi$ . Заливка полутонами серого цвета применяется только к уровням показателей, превышающих критическое значение  $10^{-3}$  [2].



## Показатели нелинейности для далеких спутников Юпитера

№	Спутник	$\kappa$	$\tilde{\kappa}$	$N$	$\Delta t/T$	№	Спутник	$\kappa$	$\tilde{\kappa}$	$N$	$\Delta t/T$
1	Архе	0.0003	0.0000	31	0.64	15	S2003J17	0.0214	0.0006	12	0.07
2	Автоное	0.0004	0.0000	33	0.96	16	S2003J15	0.0218	0.0004	12	0.08
3	S2003J13	0.0011	0.0002	22	0.61	17	S2003J11	0.0279	0.0001	17	0.43
4	Спондее	0.0021	0.0001	16	0.59	18	S2003J23	0.0317	0.0011	16	0.04
5	Ортозие	0.0031	0.0001	23	0.75	19	Пазифее	0.0462	0.0036	17	0.62
6	Эванге	0.0035	0.0002	21	0.72	20	S2003J18	0.0563	0.0053	18	0.13
7	S2003J16	0.0036	0.0000	12	0.09	21	S2003J09	0.1600	0.0035	17	0.06
8	S2003J20	0.0036	0.0001	37	0.76	22	S2003J14	0.1800	0.0056	11	0.06
9	S2003J07	0.0046	0.0001	32	0.69	23	S2003J05	0.5800	0.0037	16	0.04
10	Гермине	0.0085	0.0002	30	0.83	24	S2003J03	0.7300	0.0095	15	0.05
11	S2003J06	0.0117	0.0014	33	0.51	25	S2003J12	0.8100	0.0018	11	0.05
12	Eukelade	0.0143	0.0012	18	0.11	26	S2003J02	0.9000	0.0114	8	0.03
13	S2003J19	0.0178	0.0001	10	0.07	27	S2003J10	0.9100	0.0047	11	0.04
14	S2003J22	0.0211	0.0001	22	0.77	28	S2003J04	1.0000	0.0008	11	0.05

личины около оврага, проходящего через значения  $\varphi = 30^\circ$  &  $\psi = 75^\circ$ ,  $\varphi = 45^\circ$  &  $\psi = 45^\circ$ ,  $\varphi = 75^\circ$  &  $\psi = 30^\circ$ .

В таблице представлены значения показателей нелинейности для далеких спутников Юпитера, у которых наблюдения покрывают дугу орбиты меньше одного оборота спутника. Здесь  $N$  — количество моментов наблюдений. Спутники отсортированы по возрастанию значения полной  $\kappa$  нелинейности. Как видно из таблицы, спутники с номерами строк от 11 по 20 — с умеренной нелинейностью, а спутники с номерами строк от 21 по 28 — с сильной нелинейностью.

Из таблицы видно, что полная нелинейность, как и в модельной задаче, очень сильная, когда период наблюдений меньше 0.1 от орбитального периода. В то же время внутренняя нелинейность достаточно слабая для всех спутников, что указывает на возможность применения нелинейных методов для адекватного моделирования их орбитальной неопределенности.

## Заключение

Таким образом, в работе выявлена взаимосвязь между нелинейностью и условиями спутниковых наблюдений. В частности, показано, что полная нелинейность очень сильная, когда период наблюдений меньше 0.1 от орбитального периода, в то время как внутренняя нелинейность достаточно слабая для всех спутников, что указывает на возможность применения нелинейных методов для адекватного моделирования их орбитальной неопределенности.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 0721-2020-0049).

## Библиографические ссылки

- [1] Авдюшев В. А., Баньщикова М. А. Области возможных движений новых спутников Юпитера // Астрон. вестник. — 2011. — Т. 41. — С. 446—452.
- [2] Авдюшев В. А., Сюсина О. М., Тамаров В. А. Нелинейность в обратных задачах астероидной динамики // Астрон. вестник. — 2021. — Т. 55. — С. 1—13.